

Nome:

Matricola:

Esame - MD 1 Informatica 9 Luglio 2018

1. (a) Trovare le infinite soluzioni di

$$14x \equiv 7 \pmod{21}.$$

- (b) Dimostrare che se $a \equiv b \pmod{m}$ e $c \equiv d \pmod{m}$, allora $a + c \equiv b + d \pmod{m}$ e $ac \equiv bd \pmod{m}$
2. (a) Dare la definizione di Minimo comune multiplo di due interi entrambi non nulli.
- (b) Siano a e $b \in \mathbb{Z}$, $a \neq 0, b \neq 0$, dimostrare che se $a|b$ e $b|a$, allora $a = \pm b$.
3. (a) Sia $\sigma = (1234)(356) \in \Sigma_6$. Darne la decomposizione in cicli disgiunti e indicarne la classe.
- (b) Sia $\tau = (12)(345) \in \Sigma_5$. Trovare il più piccolo intero positivo n , tale che $\tau^n = id$.
4. (a) Calcolare la matrice inversa di

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

- (b) Siano A e B due matrici $n \times n$ invertibili. Dimostrare che AB è invertibile.
5. (a) Trovare gli autovalori di

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

- (b) Trovare gli autovettori di A .