


Programma del Corso integrato "Equation of Mathematical Physics "

Il corso e' composto da 2 moduli: 1) Partial differential equations, 2) Modelli Matematici

Programma del Modulo " Partial differential equations"

- Codice: DT0150
- Tipo di corso: Obbligatorio (Laurea in Matematica percorso Generale)
- Livello del corso: Lauree di Primo Livello
- Semestre: 1

Numero di crediti ECTS: (Laurea in Matematica) 6 (carico 150 ore)

Docenti: Corrado Lattanzio

1	Obiettivi del corso	<p>FLUIDODINAMICA Il corso ha l'obiettivo di introdurre gli studenti allo studio del moto dei fluidi con un taglio ingegneristico. In particolare vengono derivate e risolte in alcuni semplici casi le equazioni di Navier-Stokes. Vengono inoltre descritte le tecniche di studio e le caratteristiche di moti ad alti e bassi valori del numero di Reynolds.</p>
2	Contenuti del corso e risultati formativi (descrittori di Dublino)	<p>Gli argomenti trattati nel corso comprendono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integral curves and surfaces of vector fields. First order partial differential equations. Linear and quasi linear partial differential equations (PDEs) of first order. Method of characteristics. The initial value problem: existence and uniqueness. Development of shocks. • The Cauchy-Kovalevsky theorem. Linear partial differential operators and their characteristic curves and surfaces. Methods for finding characteristic curves and surfaces. The initial value problem for linear first order equations in two independent variables. Holmgren's uniqueness theorem. Canonical form of first order equations. Classification and canonical forms of second order equations in two independent variables. Second order equations in two or more independent variables. The principle of superposition. • The divergence theorem and the Green's identities. Equations of Mathematical Physics. • LAPLACE'S EQUATION AND HARMONIC FUNCTIONS Elementary harmonic functions. Separation of variables. Inversion with respect to circles and spheres. Boundary value problems associated with Laplace's equation. Representation theorem. Mean value property. Maximum principle. Harnack's inequality and Liouville's theorem. Well-posedness of the Dirichlet problem. Solution of the Dirichlet problem for the unit disc. Fourier series and Poisson's integral. Analytic functions of a complex variable and Laplace's equation in two dimensions. The Neumann problem. • GREEN'S FUNCTIONS. Solution to the Dirichlet problem for a ball in three dimensions. Further properties of harmonic functions. The Dirichlet problem in unbounded domains. Method of electrostatic images. • THE WAVE EQUATION. Cauchy problem. Energy method and uniqueness. Domain of dependence and range of influence. Conservation of energy. One-dimensional wave equation. D'Alembert formula. Characteristic parallelogram. Non homogeneous equation and Duhamel's method. Multi-dimensional wave equation. Well posed problems. Fundamental solution ($n=3$) and strong Huygens' principle. Kirchhoff formula. Method of descent. Poisson's formula ($n=2$). Wave propagation in regions with boundaries. Uniqueness of solution of the initial-boundary value problem. Separation of variables. Reflection of waves. • FLUIDODINAMICA. Approccio continuo allo studio del moto dei fluidi. Nozione di tensore delle tensioni. Statica dei fluidi e tensore delle tensioni in un fluido in quiete. Cinematica dei fluidi: coordinate spaziali e materiali, derivata materiale, teorema del trasporto di Reynolds, analisi locale del moto. Dinamica dei fluidi: equazioni del moto. Legame costitutivo per i fluidi viscosi. Equazioni di Navier-Stokes. Analisi dimensionale. Moti unidirezionali. Equazione della vorticità. Moti a grandi e bassi valori del numero di Reynolds.

		<p>Alla fine del corso, lo studente dovrebbe:</p> <ul style="list-style-type: none"> • have advanced knowledge of classical theory for first and second order PDEs of Mathematical Physics; • have basic notions of fluid mechanics from an engineering point of view; • be able to understand when an elementary problem from Mathematical Physics is well posed; • be able to solve classical problems coming from Mathematical Physics such as initial, boundary, initial-boundary value problems; • be able to learn autonomously additional results for PDEs of Mathematical Physics.
3	Prerequisiti	The student must know the basic notions of mathematical analysis, including Fourier series and ordinary differential equations and the basic notions of continuum mechanics.
4	Modalita' e lingua di insegnamento	<p>Lezioni e esercitazioni.</p> <p>Lingua: Inglese</p> <p>Testi/Bibliografia</p> <ul style="list-style-type: none"> • S. Salsa, G. Verzini, <i>Equazioni a derivate parziali: complementi ed esercizi</i>. Springer-Verlag Italia. 2005. • E. C. Zachmanoglou and Dale W. Thoe, <i>Introduction to Partial Differential Equations with Applications</i>. Dover Publications, Inc.. 1986. • L.C. Evans, <i>Partial Differential Equations</i>. American Mathematical Society. 2010. • S. Salsa, <i>Partial Differential Equations in Actions: from Modelling to Theory</i>. Springer-Verlag Italia. 2008. • W. A. Strauss, <i>Partial Differential Equations, Student Solutions Manual: An Introduction</i>. John Wiley & Sons, LTD. 2008. • W. A. Strauss, <i>Partial Differential Equations: an introduction</i>. John Wiley & Sons, LTD. 2007.
5	Metodi di accertamento	Scritto e orale

Programma del Modulo "Modelli Matematici"

- Codice: DT0149
- Tipo di corso: Obbligatorio (Laurea in Matematica percorso Generale)
- Livello del corso: Lauree di Primo Livello
- Semestre: 1

Numero di crediti ECTS: (Laurea in Matematica) 3 (carico 75 ore)

Docenti: Maurizio Serva (serva@univaq.it)

1	Obiettivi del corso	Lo scopo del corso è quello di mettere in grado gli studenti di comprendere la Meccanica Quantistica elementare e di maneggiare l'equazione di Schrödinger.
2	Contenuti del corso e risultati formativi (descrittori di Dublino)	<p>Gli argomenti trattati nel corso comprendono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • - - Comportamento dei sistemi quantistici e un po' di storia. - Diffrazione e interferenza di elettroni: la doppia fenditura. Il problema della stabilità degli atomi. Le righe spettrali e la formula di Rydberg. La vecchia teoria dei quanti: il modello atomico di Bohr. La regola di quantizzazione di Bohr e Sommerfeld. • - Postulati, principi e strumenti matematici della Meccanica Quantistica. - Stato quantistico: funzione d'onda e probabilità dell'esito di una misura della posizione. Principio di sovrapposizione. Operatori hermitiani. Autovalori e autostati. Probabilità dell'esito di una misura di un'osservabile. • - Posizione e impulso: principio di indeterminazione di Heisenberg. - Operatore posizione e operatore impulso: autostati e autovalori. Prodotto e commutatore di operatori: il commutatore fondamentale. Relazione di indeterminazione di Heisenberg. • - La dinamica: l'equazione di Schrödinger. - Hamiltoniana quantistica ed equazione di Schrödinger. Autostati e autovalori. Stati legati e stati di scattering. Soluzione generale. Conservazione della norma ed evoluzione della media di un operatore. • - L'equazione di Schrödinger in una dimensione. - Spettro continuo: il caso libero. Il pacchetto d'onda. Non degenerazione dei livelli discreti nel caso unidimensionale. Spettro discreto: buca di potenziale di altezza infinita. Copresenza di spettro continuo e discreto: buca di potenziale di altezza finita. • - L'equazione di Schrödinger per l'oscillatore armonico. - Stato fondamentale

		<p>corrispondente all'autovalore $\hbar\omega/2$. Operatori di creazione e distruzione. Autostati e autovalori della hamiltoniana dell'oscillatore armonico.</p> <p>Alla fine del corso, lo studente dovrebbe:</p> <ul style="list-style-type: none"> • avere acquisito le nozioni di base della meccanica Quantistica, • essere capace di maneggiare l'equazione di Schrödinger in casi semplici, • essere capace di leggere e comprendere argomenti più avanzati in Meccanica Quantistica, • aver acquisito una più profonda comprensione del mondo fisico, • essere capace di far fronte a nuovi problemi con modelli matematici simili.
3	Prerequisiti	Meccanica Classica, Elementi di Teoria delle Probabilità, Algebra Lineare.
4	Modalità e lingua di insegnamento	<p>Lezioni ed esercitazioni.</p> <p>Lingua: Italiano</p> <p>Testi/Bibliografia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lev D. Landau e Evgenij M. Lifšits, , Fisica Teorica 3 - Meccanica quantistica Teoria non relativistica. Editori Riuniti, University Press. 2010. • P. A. M. Dirac, I principi della Meccanica Quantistica. Bollati Boringhieri. 1990. • K. Konishi e G. Paffuti, Meccanica Quantistica: nuova introduzione. Pisa University Press. 2005. http://people.disim.univaq.it/?serva/teaching/teaching.html
5	Metodi di accertamento	Esame scritto e, se necessario, orale.