

Nome:

**Prova parziale 2 - maggio 2018**

**Prima Parte**

1. Siano  $X$  e  $Y$  due v.a. indipendenti con  $E(X) = 1, E(Y) = -2$  e  $Var(X) = 0.2, Var(Y) = 1.44$ , calcolare  $E(X^2(1 + Y)^2)$ .

2. Enunciare e dimostrare la legge dei grandi numeri.

3. Enunciare e dimostrare la formula delle probabilità totali.

4. Sia  $X \sim \Gamma(3.5, 2)$  e sia  $Y = \frac{1}{X}$
- (a) Calcolare  $E(Y)$ .
  - (b) Calcolare la funzione di densità di  $Y$ .
5. Una staffetta ad una maratona è formata da 4 persone,  $A, B, C, D$  che corrono ognuna 10 km con 4 tempi indipendenti ognuno distribuito secondo una  $\text{exp}(0.75)$  ( il tempo è misurato in ore).
- (a) Calcolare la densità e la media del tempo totale della staffetta per correre l'intera maratona.
  - (b) Alla maratona partecipano 100 staffette (ognuna composta da 4 persone), che si comportano come la staffetta al punto precedente. Calcolare **approssimativamente** la probabilità che la media (empirica) di tutti i tempi totali delle 100 staffette sia minore di  $\frac{5}{6}$  ore.
6. Si lanciano due dadi. Se escono due numeri dispari uguali, si vincono 10 euro, se escono due numeri dispari diversi, si vincono 3 euro, in tutti gli altri casi si pagano  $\alpha$  euro. Indicando con  $X$  la v.a. che indica la vincita/perdita,
- (a) determinare  $\alpha$  tale che  $E(X) = 0$ .
  - (b) Determinare  $P(X > 3 | X > 2)$ .