



Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

ESERCIZI DI PROBABILITÀ - 4

Ciro Marziliano

maggio 2019



ESERCIZIO N. 1

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Supponiamo che il tempo di attesa presso uno sportello di una banca, espresso in minuti, sia una variabile aleatoria esponenziale di parametro $\lambda = 1/10$.

Se qualcuno arriva immediatamente prima di voi allo sportello, determinare la probabilità di dover aspettare

- A) più di 10 minuti;
- B) tra 10 e 20 minuti.



ESERCIZIO N. 2

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO [DA S.M. ROSS]

Si supponga che il numero di chilometri che un'auto possa percorrere prima che la batteria ceda sia una variabile aleatoria esponenziale il cui valore atteso è pari a 10 000. Se una persona desidera fare un viaggio di 5000 chilometri, qual è la probabilità che egli effettui il viaggio senza dover cambiare la batteria dell'auto?

Cosa si può dire se la distribuzione non è esponenziale?



ESERCIZIO N. 3

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

La densità di X , il tempo di vita di una data apparecchiatura elettronica (misurata in ore) è data da

$$f(x) = \frac{10}{x^2} \cdot \mathbf{1}_{(10, +\infty)}(x)$$

- A) Determinare $P(X > 20)$
- B) Qual è la funzione di ripartizione di X ?
- C) Qual è la probabilità che su 6 apparecchiature di questo tipo almeno 3 funzionino per almeno 15 ore?



ESERCIZIO N. 4

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Un benzinaio è rifornito di gasolio una volta alla settimana. Se la sua vendita settimanale in migliaia di litri è una variabile aleatoria con densità

$$f(x) = 5(1 - x)^4 \cdot \mathbf{1}_{(0,1)}(x)$$

- A) quale deve essere la sua capacità del serbatoio affinché la probabilità che il gasolio sia esaurito in una settimana sia pari a 0.01?



ESERCIZIO N. 5

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

La densità di X è data da

$$f(x) = (a + bx^2) \cdot \mathbf{1}_{[0,1]}(x)$$

A) Se $\mathbb{E}(X) = 3/5$, determinare a e b



ESERCIZIO N. 6

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Si supponga che il tempo di viaggio da casa sia distribuito normalmente con media di 40 minuti e deviazione standard di 7 minuti.

Entro che ora bisogna uscire di casa per essere certi al 95% di non arrivare in ritardo a un appuntamento con la/il ragazza/o in centro all'una?



ESERCIZIO N. 7

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Si supponga che la durata di una certa lampadina abbia una distribuzione esponenziale con media 100 ore. Se 2 di tali lampadine vengono installate contemporaneamente, qual è la funzione di ripartizione della durata della lampadina che si esaurisce prima e qual è la sua media.



ESERCIZIO N. 8

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Siano X_1 , X_2 e X_3 tre variabili indipendenti uniformemente distribuite nell'intervallo $[1; 3]$.

Determinare

- A) La funzione di densità del $Y = \max(X_i)$
- B) La funzione di densità del $Z = \min(X_i)$



ESERCIZIO N. 9

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Lanciando un dado 720 volte, qual è la probabilità che

- A) il numero di volte che esce il 6 sia compreso tra 100 e 140?
- B) il numero di volte che esce il 6 sia 120?



ESERCIZIO N. 9

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Lanciando un dado 720 volte, qual è la probabilità che

A) il numero di volte che esce il 6 sia compreso tra 100 e 140?

```
> sum(dbinom(101:140,720,1/6))
```

```
0.9545453
```

```
> pnorm(2)*2-1
```

```
0.9544997
```

```
> sum(dbinom(100:140,720,1/6))
```

```
0.9598184
```

B) il numero di volte che esce il 6 sia 120?

```
> sum(dbinom(120,720,1/6))
```

```
0.03986561
```

```
> pnorm(.05)*2-1
```

```
0.03987761
```



ESERCIZIO N. 9

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Lanciando un dado 720 volte, qual è la probabilità che

A) il numero di volte che esce il 6 sia compreso tra 100 e 140?

```
> sum(dbinom(101:140,720,1/6))
```

```
0.9545453
```

```
> pnorm(2)*2-1
```

```
0.9544997
```

```
> sum(dbinom(100:140,720,1/6))
```

```
0.9598184
```

B) il numero di volte che esce il 6 sia 120?

```
> sum(dbinom(120,720,1/6))
```

```
0.03986561
```

```
> pnorm(.05)*2-1
```

```
0.03987761
```



ESERCIZIO N. 9

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Lanciando un dado 720 volte, qual è la probabilità che

A) il numero di volte che esce il 6 sia compreso tra 100 e 140?

```
> sum(dbinom(101:140,720,1/6))
```

```
0.9545453
```

```
> pnorm(2)*2-1
```

```
0.9544997
```

```
> sum(dbinom(100:140,720,1/6))
```

```
0.9598184
```

B) il numero di volte che esce il 6 sia 120?

```
> sum(dbinom(120,720,1/6))
```

```
0.03986561
```

```
> pnorm(.05)*2-1
```

```
0.03987761
```



ESERCIZIO N. 10

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Data la seguente funzione bidimensionale

$$f(x, y) = K(x + y)\mathbf{1}_{(0,1)}(x)\mathbf{1}_{(0,1)}(y)$$

- A) determinare K in modo tale che $f(x, y)$ sia una funzione di densità congiunta
- B) calcolare $P(0 < X < \frac{1}{2}, 0 < Y < \frac{1}{4})$
- C) calcolare $E(XY)$
- D) $E(X + Y)$



ESERCIZIO N. 11

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Sia data la seguente funzione di densità congiunta

$$f_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3) = 8x_1x_2x_3 \mathbf{1}_{(0,1)}(x_1) \mathbf{1}_{(0,1)}(x_2) \mathbf{1}_{(0,1)}(x_3)$$

determinare

- A) $E(3X_1 + 2X_2 + 6X_3)$
- B) $E(X_1X_2X_3)$



ESERCIZIO N. 12

Esercizi di
probabilità -
4

Marziliano

Probabilità

TESTO

Quale di queste funzioni di densità è relativa a due variabili indipendenti?

A) $f_{X,Y}(x, y) = (x + y)\mathbf{1}_{(0,1)}(x)\mathbf{1}_{(0,1)}(y)$

B) $f_{X,Y}(x, y) = e^{-(x+y)}\mathbf{1}_{(0,1)}(x)\mathbf{1}_{(0,1)}(y)$